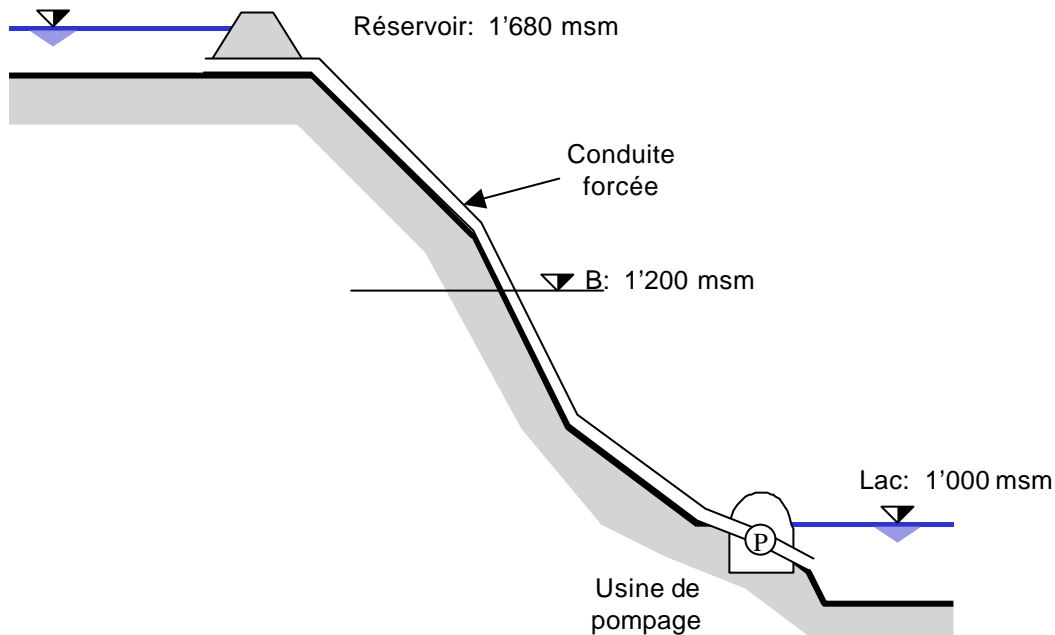


EXERCICE 6

Diamètre économique d'une conduite forcée

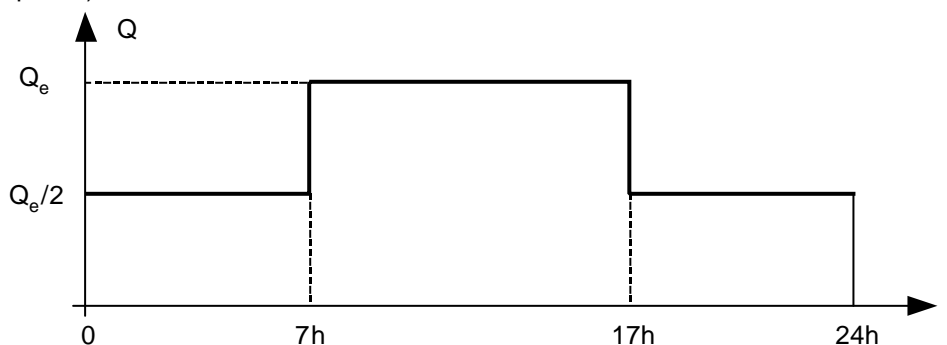
Pour l'approvisionnement en eau potable, celle-ci est pompée d'un lac vers un réservoir amont. La conduite forcée en acier doit être dimensionnée, afin de trouver la section optimale d'un point de vue économique.

➤ *Esquisse de l'aménagement :*



➤ *Programme de pompage*

Le volume du réservoir est dimensionné de manière à couvrir la pointe journalière. Le programme de pompage suivant est proposé (débit équipé $Q_e = 10 \text{ m}^3/\text{s}$ avec deux unités de pompage de même capacité) :



➤ *Conduite forcée*

La conduite forcée a une longueur $L = 2000 \text{ m}$. La contrainte maximale admissible de l'acier vaut $\sigma_a = 235 \text{ N/mm}^2$. Les coûts de construction s'élèvent à :

- Fr. 3600 par tonne d'acier et
 - Fr. $(900 + 230 \times D)$ par mètre linéaire pour un diamètre D en mètres.
- Pour le prédimensionnement, la rugosité selon Strickler vaut $K = 90 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$.

➤ *Energie de pompage*

L'énergie de pompage coûte en moyenne Fr. 0.06 par kWh.
Le rendement d'une unité de pompage vaut $\eta = 0.9$.

➤ *Indications pour le calcul*

La pression intérieure p_i est supposée égale à la somme de :

1. la pression statique
2. la pression dynamique (coup de Bélier) admise à 15% de la pression statique locale

Les coûts annuels pour l'optimisation sont calculés en tenant compte :

- d'un amortissement sur $n = 50$ ans (durée de vie économique) et d'un taux d'intérêt de $i = 6\%$. La formule pour le calcul de l'annuité X d'un investissement X_0 est donnée ci-dessous

$$X = X_0 \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

- des coûts annuels d'entretien qui sont estimés à 0.5% des coûts de construction de la conduite forcée et
- des coûts d'énergie de pompage (uniquement les coûts supplémentaires dus aux pertes de charge)

Question 1: Trouver le diamètre économique D de la conduite forcée au point B sur la base des données ci-dessus ?

Question 2: De combien le diamètre économique D change-t-il, si le taux d'intérêt descend à $i = 4\%$?

Question 3: De combien le diamètre économique D change-t-il, si le débit équipé augmente à $Q_e = 15 \text{ m}^3/\text{s}$?

Question 4: Quelles sont les vitesses économiques $v_e = Q_e / A$ pour les trois cas précités (A étant la section de la conduite) ?

Réponse 1 :

➤ Méthode de résolution

Pour résoudre ce problème, il faut dans un premier temps déterminer quels sont les différents coûts induits par la construction et par l'exploitation de la conduite forcée.

- Les coûts de construction (matériel et pose de la conduite) qui sont calculés en fonction des dimensions de la conduite sont traduits en coûts annuels d'intérêts et d'amortissement.
- Les coûts annuels d'entretien s'y ajoutent qui, eux aussi sont estimés en fonction des coûts de construction.
- Les coûts de pompage (énergie électrique) qui sont fonction des pertes de charge dans la conduite. Pour un choix optimal du diamètre de la nouvelle conduite, les coûts annuels totaux d'exploitation seront minimaux.

Tous les coûts sont exprimés en fonction du diamètre et par mètre linéaire de conduite. Les unités des variables dans les équations sont en SI.

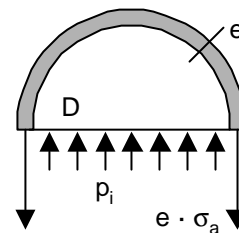
➤ Prédimensionnement

Pression intérieure p_i dans la conduite au point B

- pression statique locale + pression dynamique admise à 15% de la pression statique locale
- $p_i/g\rho_e = 480 \text{ m} + 480 \text{ m} \cdot 0.15 = 552 \text{ m}$ [en mètres de colonne d'eau]
avec $\rho_e = 1'000 \text{ kg/m}^3$ et $g = 9.81 \text{ m/s}^2$
- Epaisseur e de la conduite par la formule du tube

$$p_i \cdot D = 2 \cdot \sigma_a \cdot e$$

$$e = \frac{p_i \cdot D}{2\sigma_a}$$



➤ Coûts de construction

- Coûts de l'acier C_a par mètre linéaire de conduite en [Fr/m]

$$C_a = 3'600 \cdot D \cdot \pi \cdot e \cdot \frac{\rho_a}{1'000} = 3.6 \cdot D \cdot \pi \cdot \frac{p_i \cdot D}{2\sigma_a} \cdot \rho_a = 1'022.90 \cdot D^2$$

avec $\sigma_a = 235 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ et $\rho_a = 7'850 \text{ kg/m}^3$ sous l'hypothèse que $D \gg e$

- Coûts de pose C_p de la conduite en [Fr/m]
 $C_p = 900 + 230 \cdot D$
- Coûts totaux C_{tot} de construction en [Fr/m], capital à investir
 $C_{tot} = 900 + 230 \cdot D + 1'022.90 \cdot D^2$

➤ Coûts annuels d'investissement

- Amortissement du capital
Coûts annuels d'amortissement C_{am} sur $n = 50$ ans (durée de vie économique) et d'intérêts avec un taux de $i = 6\%$ du capital investi C_{tot} en [Fr./m · an]

$$C_{am} = C_{tot} \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = 0.063 \cdot C_{tot}$$

- Entretien

Les coûts annuels d'entretien C_{entr} sont estimés à 0.5% des coûts de construction C_{tot} de la conduite forcée en [Fr./m · an]

$$C_{entr} = 0.005 \cdot C_{tot}$$

➤ Coûts annuels d'exploitation

- Energie de pompage

Puissance totale P_p de pompage et puissance de pompage nécessaire P'_p pour vaincre les pertes de charges réparties uniquement en [kW]

$$P_p = g \cdot \rho_e \cdot \frac{Q_e \cdot (H + h_r)}{1000 \cdot \eta} \quad P'_p = g \cdot \rho_e \cdot \frac{Q_e \cdot h_r}{1000 \cdot \eta}$$

avec

H : différence de niveau entre le lac et le réservoir en [m] et

h_r : pertes de charge réparties h_r en [m]

Calcul de la pente de frottement J_f avec l'équation de Manning-Strickler

$$Q_e = K \cdot \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \left(\frac{D}{4}\right)^{2/3} \cdot J_f^{1/2}$$

$$J_f = \frac{Q_e^2 \cdot 4^{10/3}}{K^2 \cdot \pi^2 \cdot D^{16/3}}$$

Puissance de pompage P'_p / L qui ne tient compte que des pertes de charge réparties par unité de longueur (-> pente de frottement J_f) de conduite en [kW/m]

$$\frac{P'_p}{L} = g \cdot \rho_e \cdot \frac{Q_e}{1000 \cdot \eta} \cdot \frac{h_r}{L} = g \cdot \rho_e \cdot \frac{Q_e}{1000 \cdot \eta} \cdot J_f = g \cdot \rho_e \cdot \frac{Q_e}{1000 \cdot \eta} \cdot \frac{Q_e^2 \cdot 4^{10/3}}{K^2 \cdot \pi^2 \cdot D^{16/3}} = g \cdot \rho_e \cdot \frac{Q_e^3 \cdot 4^{10/3}}{1000 \cdot \eta \cdot K^2 \cdot \pi^2 \cdot D^{16/3}}$$

Energie de pompage e_p consommée par jour selon le diagramme de pompage donné, c'est-à-dire avec 10 heures de pompage à Q_e et 14 heures de pompage à $\frac{1}{2}Q_e$. Cette énergie est exprimée en [kWh]

$$e_p = g \cdot \rho_e \cdot \frac{4^{10/3}}{1000 \cdot \eta \cdot K^2 \cdot \pi^2 \cdot D^{16/3}} \cdot \left(10 \cdot Q_e^3 + 14 \cdot \left(\frac{Q_e}{2}\right)^3 \right)$$

Coûts de pompage C_{pomp} par an pour un prix de l'énergie électrique de 0.06 Fr/kWh et 365 jours/an. Les coûts sont exprimés en [Fr./m · an]

$$C_{pomp} = 0.06 \cdot 365 \cdot e_p$$

$$C_{pomp} = 3'564.43 \cdot \frac{1}{D^{16/3}}$$

- Coûts d'exploitation totaux

Les coûts annuels totaux d'exploitation C_{expl} sont

$$C_{expl} = C_{am} + C_{entr} + C_{pomp}$$

$$C_{expl} = (0.063 + 0.005) \cdot (900 + 230 \cdot D + 1'022.90 \cdot D^2) + 3'564.43 \cdot \frac{1}{D^{16/3}}$$

$$C_{expl} = 0.068 \cdot (900 + 230 \cdot D + 1'022.90 \cdot D^2) + 3'564.43 \cdot \frac{1}{D^{16/3}}$$

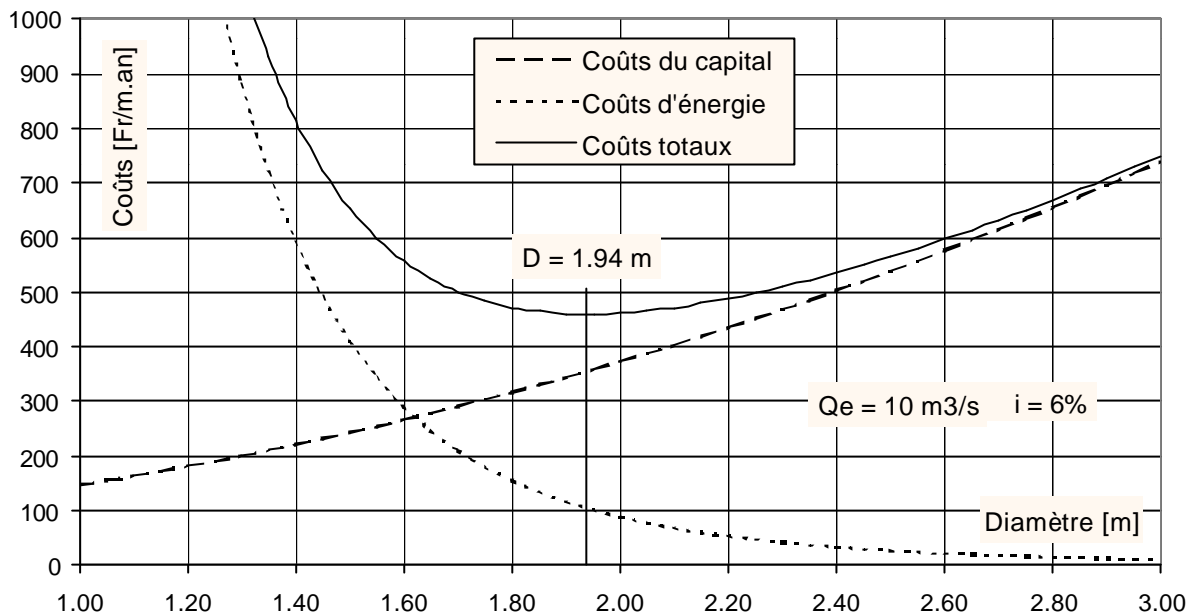
➤ Diamètre économique – réponse question 1

La valeur minimale des coûts d'exploitation se trouve en dérivant l'expression ci-dessus et en la posant égale à zéro

$$\frac{d(C_{expl})}{dD} = 0.068 \cdot (230 + 2 \cdot 1'022.90 \cdot D) + 3'564.43 \cdot \left(-\frac{16}{3}\right) \cdot \frac{1}{D^{19/3}} = 0$$

On trouve ainsi le diamètre économique $D_1 = 1.94 \text{ m}$ et $e_1 = 0.022 \text{ m}$ au point B

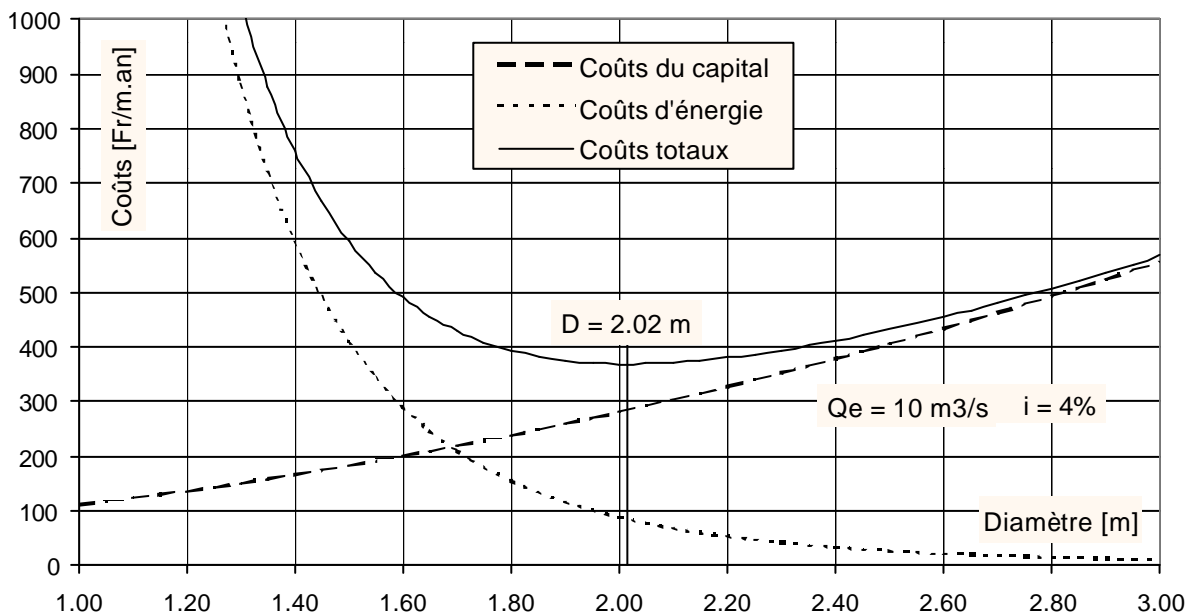
La figure ci-dessous montre les coûts annuels décomposés en coûts du capital et ceux d'énergie



Réponse 2 : Pour un taux d'intérêt différent, le terme des coûts d'amortissement annuels C_{am} et donc la partie correspondante dans les coûts annuels totaux d'exploitation C_{expl} change en conséquence

$$C_{am} = C_{tot} \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = 0.047 \cdot C_{tot}$$

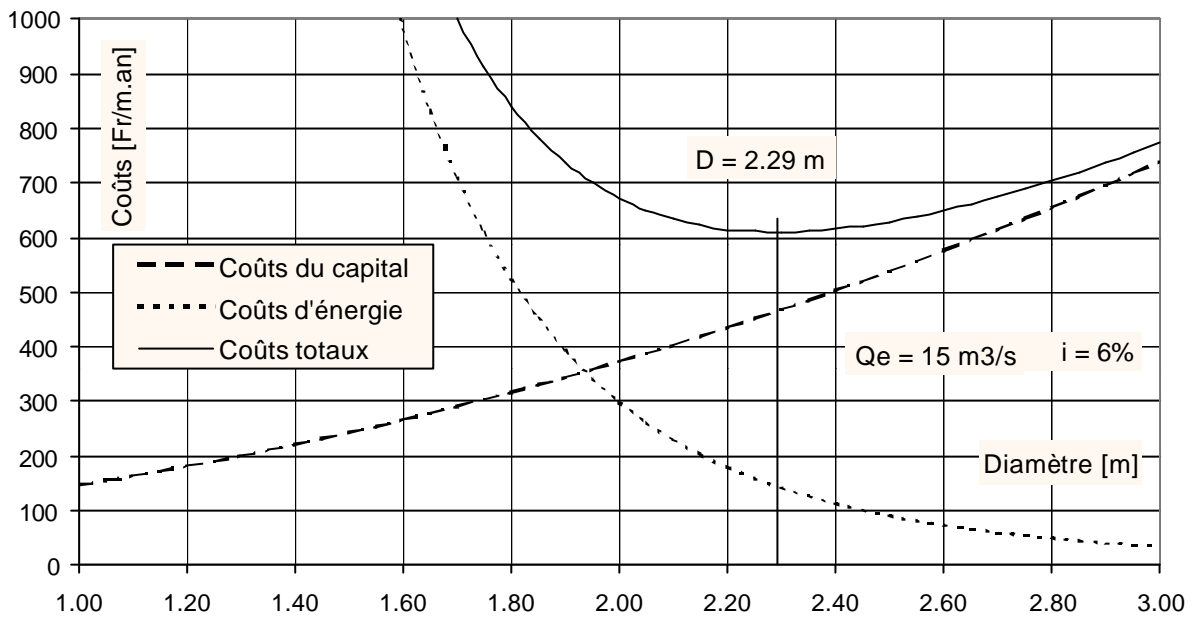
et on trouve le nouveau diamètre économique $D_2 = 2.02 \text{ m}$ et $e_2 = 0.023 \text{ m}$ au point B



Réponse 3 : Pour un autre débit d'équipement Q_e , le terme des coûts de pompage C_{pomp} par an et donc la partie correspondante dans les coûts annuels totaux d'exploitation C_{expl} change en conséquence

$$C_{\text{pomp}} = 12'029.96 \cdot \frac{1}{D^{16/3}}$$

et on trouve le nouveau diamètre économique $D_3 = 2.29 \text{ m}$ et $e_3 = 0.026 \text{ m}$ au point B



Réponse 4 : Le calcul de la vitesse économique v_e pour un débit d'équipement Q_e donné se fait par l'équation de continuité $v_e = Q_e / A$ ou A est la section de la conduite, et l'on trouve :

$$v_{e1} = 3.38 \text{ m/s}$$

$$v_{e2} = 3.13 \text{ m/s}$$

$$v_{e3} = 3.63 \text{ m/s}$$

